

# Državno natjecanje iz fizike

srednja škola – četvrta skupina

13. svibnja 2026.

1. U dubokom svemiru nalazi se crna kocka mase  $m$  i stranice duljine  $s$ , koja se ponaša kao idealno crno tijelo. Kocka je izložena uniformnom snopu zračenja intenziteta  $I$ , koje dolazi iz jednog (dobro definiranog) smjera. Prema Prévostovoj teoriji izmjene, tijelo u termičkoj ravnoteži emitira istu količinu energije koju prima. Snaga koju tijelo emitira definirana je Stefan-Boltzmannovim zakonom.

Luminozitet predstavlja ukupnu energiju zračenja koju zvijezda emitira u svim smjerovima u jednoj sekundi.

- (a) Dimenzijskom analizom izvedite Stefan-Boltzmannovu konstantu  $\sigma$  pomoću univerzalnih konstanti: Boltzmannove konstante  $k_B$ , brzine svjetlosti  $c$  i Planckove konstante  $h$ , zanemarujući bezdimenzijski numerički predfaktor.
- (b) Izrazite ukupnu snagu zračenja koju kocka emitira u prostor ako se nalazi na temperaturi  $T$  pomoću  $s$ ,  $\sigma$  i  $T$ .
- (c) Pomoću  $I$  i  $\sigma$ , izrazite minimalnu ( $T_{\min}$ ) i maksimalnu ( $T_{\max}$ ) ravnotežnu temperaturu kocke.
- (d) Kuglu, jednakog oplošja i jednake mase  $m$  kao dosad korištena kocka, postavimo na konačnu udaljenost od zvijezde luminoziteta  $L$  i mase  $M$ . Elektromagnetski val koji prenosi snagu  $P$  na tijelo djeluje na njega silom  $F = P/c$ . Pomoću gravitacijske konstante  $G$ , mase zvijezde  $M$ , mase kugle  $m$ , brzine svjetlosti  $c$  i duljine  $s$ , izrazite luminozitet  $L^*$  pri kojemu je kugla u mehaničkoj ravnoteži. Kugla je idealan apsorber pa se ponaša kao crno tijelo. Zanemarite utjecaj kugle na zvijezdu.

---

(a)

- Stefan-Boltzmannov zakon glasi  $j^* = \sigma T^4$ , gdje je  $j^*$  snaga zračenja po jedinici površine. Dimenzija konstante  $\sigma$  je:

$$[\sigma] = \frac{[j^*]}{[T^4]} = \frac{\text{W/m}^2}{\text{K}^4} = \text{kg} \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{K}^{-4} \quad [1 \text{ bod}]$$

Pretpostavimo da je  $\sigma = k_B^a \cdot c^b \cdot h^c$ . Dimenzije osnovnih konstanti su:

$$- [k_B] = \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$$

- $[c] = \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
- $[h] = \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$

[1 bod]

Izjednačavanjem dimenzija lijeve i desne strane  $[\sigma] = [k_B]^a [c]^b [h]^c$  dobivamo sustav jednadžbi za eksponente:

- kelvin (K):  $-a = -4 \implies a = 4$
- kilogram (kg):  $a + c = 1 \implies 4 + c = 1 \implies c = -3$
- metar (m):  $2a + b + 2c = 0 \implies 8 + b - 6 = 0 \implies b = -2$

[1 bod]

Uvrštavanjem dobivenih eksponenata, traženi oblik izraza za Stefan-Boltzmannovu konstantu je:

$$\sigma \sim \frac{k_B^4}{c^2 h^3} \quad [1 \text{ bod}]$$

(b)

- Kocka ima 6 ploha, svaka površine  $s^2$ . Prema zakonu zračenja, ukupna snaga koju emitira crno tijelo (kocka):

$$P_{\text{em}} = \sigma A_{\text{ukupno}} T^4 = 6s^2 \sigma T^4 \quad [2 \text{ boda}]$$

(c)

- Snaga koju kocka apsorbira iz snopa intenziteta  $I$  proporcionalna je njezinoj sjeni, odnosno efektivnoj površini  $A_0$ :

$$P_{\text{abs}} = I A_0 \quad [1 \text{ bod}]$$

Izjednačavanjem  $P_{\text{abs}} = P_{\text{em}}$  dobivamo:

$$I A_0 = 6s^2 \sigma T^4 \implies T = \sqrt[4]{\frac{I A_0}{6\sigma s^2}} \quad [1 \text{ bod}]$$

- Analiza ekstrema efektivne površine kocke:
  - minimum se postiže kada je snop okomit na jednu plohu kocke.
 Tada je  $A_0 = s^2$ .

[2 boda]

$$T_{\text{min}} = \sqrt[4]{\frac{I s^2}{6\sigma s^2}} = \sqrt[4]{\frac{I}{6\sigma}} \quad [1 \text{ bod}]$$

- maksimum se postiže kada je snop paralelan s prostornom dijagonalom kocke. Projekcija kocke tada je pravilan šesterokut stranice  $s\sqrt{2/3}$ , čija je površina  $A_0 = s^2\sqrt{3}$ . [2 boda]

$$T_{\max} = \sqrt[4]{\frac{Is^2\sqrt{3}}{6\sigma s^2}} = \sqrt[4]{\frac{I\sqrt{3}}{6\sigma}} \quad [1 \text{ bod}]$$

(d)

- Zadano je da kugla ima jednako oplošje kao kocka stranice  $s$ . Iz njihove jednakosti dobivamo polumjer kugle  $R$ :

$$4R^2\pi = 6s^2 \implies R^2 = \frac{3s^2}{2\pi} \quad [1 \text{ bod}]$$

- Poprečni presjek kugle iznosi  $A_{ps} = R^2\pi = \frac{3}{2}s^2$ . [1 bod]
- Uvjet ravnoteže jest izjednačavanje gravitacijske sile  $F_G$  i sile zračenja  $F_{rad}$ . [1 bod]
- Snaga koju kugla prima na udaljenosti  $r$  je  $P = I \cdot A_{ps} = \frac{L}{4\pi r^2} \cdot \frac{3}{2}s^2$ . [1 bod]

$$F_G = F_{rad} \implies G\frac{Mm}{r^2} = \frac{P}{c} = \frac{L \cdot \frac{3}{2}s^2}{4\pi r^2 c} \quad [1 \text{ bod}]$$

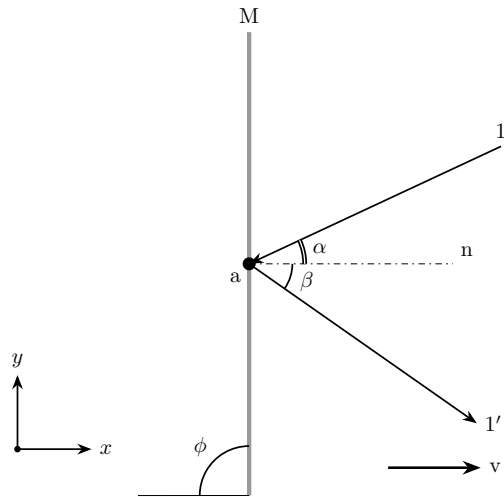
- Izražavanjem luminoziteta  $L^*$ :

$$L^* = \frac{8\pi GMmc}{3s^2} \quad [1 \text{ bod}]$$

2. Ravno ogledalo giba se u vakuumu relativističkom brzinom  $v$  u smjeru  $x$ -osi. Ogledalo je postavljeno tako da zatvara kut  $\phi$  s osi gibanja. Mjereno u laboratorijskom sustavu, zraka svjetlosti upada na ogledalo pod kutom  $\alpha$  u odnosu na normalu ogledala  $n$ , a odbija se pod kutom  $\beta$  u odnosu na normalu ogledala.

- (a) Za slučaj  $\phi = 90^\circ$  i  $\vec{v} = v\hat{x}$ , izvedite izraz za ili  $\sin \alpha - \sin \beta$  ili  $\sin \alpha + \sin \beta$  pomoću omjera  $\frac{v}{c}$ ,  $\sin(\alpha + \beta)$  i  $\sin(\alpha - \beta)$ .

- (b) Za slučaj  $\phi = 90^\circ$ ,  $\vec{v} = 0.4c\hat{x}$ ,  $\alpha = 30^\circ$ , izračunajte kut  $\beta$ .



Lorentzova transformacija za energiju i količinu gibanja između dvaju inercijskih sustava  $S$  i  $S'$  (gdje se  $S'$  giba brzinom  $v$  u smjeru  $x$ -osi u odnosu na  $S$ ) glasi:

$$p'_x = \gamma \left( p_x - \frac{v}{c^2} E \right), \quad p'_y = p_y, \quad E' = \gamma (E - vp_x)$$

(a)

- Energija fotona je  $E = pc$ . [1 bod]
- Razmatramo komponente količine gibanja fotona u laboratorijskom sustavu  $S$ , gdje se zrcalo giba brzinom  $\vec{v} = v\hat{x}$ .
- Prije refleksije:

$$\vec{p} = (-p \cos \alpha, -p \sin \alpha) \quad [1 \text{ bod}]$$

- Nakon refleksije:

$$\vec{p} = (\tilde{p} \cos \beta, -\tilde{p} \sin \beta) \quad [1 \text{ bod}]$$

- Lorentzove transformacije za  $y$ -komponentu i energiju pri prijelazu u sustav zrcala  $S'$  glase:

$$p'_y = p_y = -p \sin \alpha$$

$$E' = \gamma (E - vp_x) = \gamma (pc - v(-p \cos \alpha)) = \gamma pc \left( 1 + \frac{v}{c} \cos \alpha \right) \quad [1 \text{ bod}]$$

- Budući da je u sustavu  $S'$  količina gibanja fotona  $p' = E'/c$ , imamo:

$$p' = \gamma p \left( 1 + \frac{v}{c} \cos \alpha \right) \quad [1 \text{ bod}]$$

- Sinus kuta u sustavu zrcala  $\alpha'$  dobivamo iz  $y$ -komponente:

$$\sin \alpha' = \frac{|p'_y|}{p'} = \frac{p \sin \alpha}{\gamma p (1 + \frac{v}{c} \cos \alpha)} = \frac{\sin \alpha}{\gamma (1 + \frac{v}{c} \cos \alpha)} \quad [1 \text{ bod}]$$

- Analogno, za foton nakon refleksije (gdje je  $\tilde{p}_x = \tilde{p} \cos \beta$ ):

$$\sin \beta' = \frac{|\tilde{p}'_y|}{\tilde{p}'} = \frac{\tilde{p} \sin \beta}{\gamma \tilde{p} (1 - \frac{v}{c} \cos \beta)} = \frac{\sin \beta}{\gamma (1 - \frac{v}{c} \cos \beta)} \quad [1 \text{ bod}]$$

- U sustavu zrcala vrijedi zakon refleksije  $\alpha' = \beta'$ , pa izjednačavamo izraze:

$$\frac{\sin \alpha}{1 + \frac{v}{c} \cos \alpha} = \frac{\sin \beta}{1 - \frac{v}{c} \cos \beta} \quad [3 \text{ boda}]$$

- Množenjem unakrsno dobivamo:

$$\sin \alpha - \sin \beta = \frac{v}{c} (\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta)$$

- Adicijskom formulom dolazimo do konačnog izraza:

$$\sin \alpha - \sin \beta = \frac{v}{c} \sin(\alpha + \beta) \quad [1 \text{ bod}]$$

(b)

- Raspisujemo adicijsku formulu:

$$\sin \alpha - \sin \beta = \frac{v}{c} (\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta)$$

$$\sin \alpha \left(1 - \frac{v}{c} \cos \beta\right) = \sin \beta \left(1 + \frac{v}{c} \cos \alpha\right)$$

- Kvadriranjem dobivamo:

$$\sin^2 \alpha \left(1 - 2\frac{v}{c} \cos \beta + \frac{v^2}{c^2} \cos^2 \beta\right) = \sin^2 \beta \left(1 + 2\frac{v}{c} \cos \alpha + \frac{v^2}{c^2} \cos^2 \alpha\right) \quad [1 \text{ bod}]$$

- Koristeći se identitetom  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ , zapišemo prethodni izraz kao kvadratnu jednadžbu u  $\cos \beta$ : [1 bod]

$$(1 - \cos^2 \alpha) \left(1 - 2\frac{v}{c} \cos \beta + \frac{v^2}{c^2} \cos^2 \beta\right) = (1 - \cos^2 \beta) \left(1 + 2\frac{v}{c} \cos \alpha + \frac{v^2}{c^2} \cos^2 \alpha\right)$$

$$\cos^2 \beta \left[1 + \frac{2v}{c} \cos \alpha + \frac{v^2}{c^2}\right] + \cos \beta \left[\frac{2v}{c} (-1 + \cos^2 \alpha)\right] + \left[-1 - \frac{2v}{c} \cos \alpha - \frac{v^2}{c^2} \cos^2 \alpha\right] = 0$$

- Rješenja jednačbe:

$$(\cos \beta)_1 = -\frac{\cos \alpha + 2\frac{v}{c} \cos^2 \alpha + \frac{v^2}{c^2} \cos \alpha}{1 + \frac{2v}{c} \cos \alpha + \frac{v^2}{c^2}} = -\cos \alpha \quad [1 \text{ bod}]$$

$$(\cos \beta)_2 = \frac{\frac{2v}{c} + \left(1 + \frac{v^2}{c^2}\right) \cos \alpha}{1 + \frac{2v}{c} \cos \alpha + \frac{v^2}{c^2}} \quad [1 \text{ bod}]$$

- Za  $v = 0$ , uočavamo da se samo drugo rješenje svodi na  $\cos \alpha = \cos \beta$  te da je jedino ono fizički smisljeno. [2 boda]
- Uvrstimo  $\alpha = \frac{\pi}{6}$  i  $v = 0.4c$ :

$$\cos \beta = \frac{0.8 + (1 + 0.16) \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 + 0.4 \cdot \sqrt{3} + 0.16} \Rightarrow \beta = 13.1^\circ \quad [1 \text{ bod}]$$

3. Atomski broj berilija je 4. Riješite nezavisne probleme koji uključuju atome ili ione berilija:

- (a) Vodikoliki ioni jesu jednostavni atomski sustavi s jednim elektronom (npr.  $\text{He}^+$ ,  $\text{Be}^{3+}$ ), pa se mogu opisati pomoću Bohrova modela. U odnosu na vodik, povećani nuklearni naboj  $Z$  mijenja i radijuse orbita i energijske razine. Radijusi orbita mijenjaju se za faktor  $Z$ , a energijske razine za  $Z^2$ .
- (i) Trostruko ionizirani berilij ( $\text{Be}^{3+}$ ) ima isti radijus orbite kao osnovno stanje atoma vodika. Koliki je glavni kvantni broj  $n$  za taj ion  $\text{Be}^{3+}$ ?
- (ii) Valentni elektron u ionu  $\text{Be}^{3+}$  prelazi iz stanja  $n = 4$  u stanje  $n = 3$ . Izračunajte valnu duljinu emitiranog fotona u tom procesu. Kojemu području elektromagnetskog spektra pripada ta valna duljina? (infracrveno zračenje, vidljiva svjetlost, ultraljubičasto zračenje, rendgensko zračenje, gama-zračenje)
- (b) Alfa-čestica kinetičke energije  $E_k = 7 \text{ MeV}$  sudara se s mirujućom jezgrom  $^9\text{Be}$ . Nakon elastičnog raspršenja, pravci gibanja čestica zatvaraju kut od  $60^\circ$ . Izračunajte kinetičku energiju uzmaknute jezgre berilija.
- (c) Promatramo proces neposredno nakon kratkotrajnog ozračivanja mete (vrijeme ozračivanja zanemarivo je u odnosu na vrijeme poluraspada) u kojemu nastaje radionuklid. Prinos nuklearne reakcije koja stvara radionuklide može se opisati na dva načina: bilo veličinom  $w$  (omjer broja nuklearnih reakcija i broja bombardirajućih čestica) bilo veličinom  $k$  (omjer aktivnosti nastalog radionuklida i broja bombardirajućih čestica). Izračunajte:
- (i) vrijeme poluraspada nastalog radionuklida, pomoću  $w$  i  $k$ .
- (ii) prinos  $w$  reakcije  $^7\text{Li}(p, n)^7\text{Be}$  ako nakon bombardiranja mete od litija snopom protona (trajanje  $t = 7.2 \text{ s}$ , struja snopa  $I = 10 \text{ mA}$ ) aktivnost  $^7\text{Be}$  iznosi  $A = 1.35 \cdot 10^8 \text{ Bq}$ , a njegovo je vrijeme poluraspada je  $T_{1/2} = 53 \text{ dana}$ .

---

(a)

(i)

– Radijus  $n$ -te orbite u Bohrovu modelu:  $r_n = \frac{n^2}{Z} r_1^{\text{H}}$

[2 boda]

– Za  $\text{Be}^{3+}$  je  $Z = 4$ .

– Uvjet zadatka:  $r_n(\text{Be}^{3+}) = r_1(\text{H})$

$$\frac{n^2}{4} r_1^{\text{H}} = r_1^{\text{H}} \implies \frac{n^2}{4} = 1 \implies n = 2$$

[1 bod]

(ii)

- Energija razine u ionu sličnom vodik:  $E_n = -13.6 \text{ eV} \cdot \frac{Z^2}{n^2}$  [1 bod]
- Energija emitiranog fotona ( $Z = 4$ ):

$$\Delta E = E_4 - E_3 = 13.6 \cdot 4^2 \cdot \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} \right) \text{ eV}$$

$$\Delta E = 10.58 \text{ eV}$$

- Valna duljina:

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{10.58 \text{ eV}} = 117.2 \text{ nm} \quad [0.5 \text{ boda}]$$

- Valna duljina pripada području infracrvenog zračenja. [0.5 boda]

(b)

- Odaberimo da se alfa-čestica prije sudara gibala duž  $x$ -osi, te označimo količine gibanja nakon sudara  $\vec{p}_{\text{Be}}$  i  $\vec{p}_{\alpha}$ .
- Zakon očuvanja količine gibanja:

$$\sqrt{2m_{\alpha}E_k} \hat{x} = \vec{p}_{\text{Be}} + \vec{p}_{\alpha} \quad [1 \text{ bod}]$$

- Kvadriranjem dobivamo:

$$2m_{\alpha}E_k = p_{\text{Be}}^2 + p_{\alpha}^2 + 2p_{\text{Be}}p_{\alpha} \cos \theta \quad (1)$$

- Zakon očuvanja energije:

$$E_k = \frac{p_{\text{Be}}^2}{2m_{\text{Be}}} + \frac{p_{\alpha}^2}{2m_{\alpha}} \quad [1 \text{ bod}]$$

- Pomnožimo s  $2m_{\alpha}$ :

$$2m_{\alpha}E_k = p_{\alpha}^2 + \frac{m_{\alpha}p_{\text{Be}}^2}{m_{\text{Be}}} \quad (2)$$

- Oduzimanjem jednadžbi (1) i (2) dobivamo:

$$p_{\text{Be}}^2 \left( 1 - \frac{m_{\alpha}}{m_{\text{Be}}} \right) + 2p_{\text{Be}}p_{\alpha} \cos \theta = 0 \quad [1 \text{ bod}]$$

- Odbacujući rješenje  $p_{\text{Be}} = 0$ :

$$p_{\text{Be}} \left( 1 - \frac{m_{\alpha}}{m_{\text{Be}}} \right) + 2p_{\alpha} \cos \theta = 0 \quad [1 \text{ bod}]$$

- Imajući na umu da vrijedi  $m_{\alpha} < m_{\text{Be}}$  i  $p_{\alpha, \text{Be}} > 0$ , :

$$p_{\alpha} = -\frac{1}{2} \left( 1 - \frac{m_{\alpha}}{m_{\text{Be}}} \right) \frac{p_{\text{Be}}}{\cos \theta} \quad [1 \text{ bod}]$$

zaključujemo da vrijedi  $-1 < \cos \theta < 0$ , tj.  $\theta = 120^\circ$ .



- Vratimo se u zakon očuvanja energije:

$$E_k = \frac{p_{\text{Be}}^2}{2m_{\text{Be}}} \left[ 1 + \left( 1 - \frac{m_{\alpha}}{m_{\text{Be}}} \right)^2 \frac{m_{\text{Be}}/m_{\alpha}}{4 \cos^2 \theta} \right] \quad [1 \text{ bod}]$$

- Energija jezgre berilija nakon sudara:

$$\frac{p_{\text{Be}}^2}{2m_{\text{Be}}} = \frac{E_k}{1 + \frac{(m_{\text{Be}} - m_{\alpha})^2}{m_{\text{Be}} m_{\alpha}} \frac{1}{4 \cos^2 \theta}} = 4.13 \text{ MeV} \quad [1 \text{ bod}]$$

(c)

(i) Aktivnost je definirana kao  $A = \lambda N$ .

– Broj reakcija ili stvorenih jezgara je  $N = w \cdot N_p$ .

– Aktivnost po upadnoj čestici je  $k = \frac{A}{N_p} = \frac{\lambda(wN_p)}{N_p} = \lambda w \quad [1 \text{ bod}]$

$$k = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} w \implies T_{1/2} = \frac{w}{k} \ln 2 \quad [1 \text{ bod}]$$

(ii) Broj upadnih protona:

$$N_p = \frac{I \cdot t}{e} = \frac{10 \cdot 10^{-3} \text{ A} \cdot 7.2 \text{ s}}{1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 4.49 \cdot 10^{17} \quad [1 \text{ bod}]$$

– Konstanta raspada ( $T_{1/2} = 53 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s} = 4.58 \cdot 10^6 \text{ s}$ ):

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = 1.51 \cdot 10^{-7} \text{ s}^{-1} \quad [1 \text{ bod}]$$

– Iz  $A = N\lambda = (wN_p)\lambda$  slijedi:

$$w = \frac{A}{N_p \lambda} = \frac{1.35 \cdot 10^8}{4.49 \cdot 10^{17} \cdot 1.51 \cdot 10^{-7}} \quad [1 \text{ bod}]$$

$$w = 1.99 \cdot 10^{-3} \quad (\text{ili } 0.2\%) \quad [1 \text{ bod}]$$

4. U suvremenoj medicinskoj dijagnostici izotop tehnecij-99m ( $^{99m}\text{Tc}$ ) upotrebljava se kao radioaktivni marker. On se proizvodi u bolničkim generatorima iz molibdena-99, koji nastaje ozračivanjem mete neutronima. Slovo  $m$  u oznaci označava metastabilno stanje, a vrijeme poluraspada izotopa  $^{99m}\text{Tc}$  iznosi 6 h.

- (a) Napišite uravnoteženu jednadžbu nuklearne reakcije u kojoj jezgra  $^{98}_{42}\text{Mo}$  apsorbira spori neutron i prelazi u  $^{99}_{42}\text{Mo}$ . Izračunajte početnu aktivnost  $A_0$  uzorka od  $10\ \mu\text{g}$  čistog  $^{99}_{42}\text{Mo}$  ako je njegovo vrijeme poluraspada  $T_{1/2} = 66\ \text{h}$ .
- (b) Pacijentu se u krvotok injektira otopina markera  $^{99m}\text{Tc}$  početne aktivnosti  $R_0 = 1.2 \cdot 10^6\ \text{Bq}$ . Nakon 30 minuta, kada se marker jednoliko rasporedio, uzme se uzorak od 10 mL krvi. Izmjerena aktivnost tog uzorka iznosi  $2.41 \cdot 10^3\ \text{Bq}$ . Odredite ukupni volumen krvi u tijelu pacijenta.
- (c) Marker prolazi kroz suženje (stenozu) u arteriji gdje se polumjer smanji za 50 %. Ako je brzina krvi u zdravom dijelu arterije  $v_1 = 0.4\ \text{m/s}$ , a gustoća krvi  $\rho = 1050\ \text{kg/m}^3$ , izračunajte promjenu statičkog tlaka u suženju, zanemarujući gravitacijske učinke i viskoznost.
- (d) Nakon snimanja,  $^{99m}\text{Tc}$  se iz tijela eliminira dvama neovisnim procesima istovremeno:
- radioaktivnim raspadom s poluvremenom  $T_{\text{rad}} = 6\ \text{h}$
  - biološkim izlučivanjem putem bubrega s biološkim poluvremenom  $T_{\text{bio}} = 30\ \text{h}$  (koje smo zanemarili u zadatku pod (b)).

Izračunajte efektivno poluvrijeme  $T_{\text{eff}}$  markera u tijelu, odnosno vrijeme nakon kojega se njegova količina smanji na polovicu početne vrijednosti.

(a)



- Broj atoma u uzorku mase  $m = 10 \cdot 10^{-6}\ \text{g}$ :

$$N = \frac{m}{M} N_A = \frac{10 \cdot 10^{-6}\ \text{g}}{99\ \text{g/mol}} \cdot 6.022 \cdot 10^{23}\ \text{mol}^{-1} = 6.08 \cdot 10^{16} \quad [1\ \text{bod}]$$

- Konstanta raspada ( $T_{1/2} = 66\ \text{h} = 66 \cdot 3600\ \text{s} = 237\ 600\ \text{s}$ ):

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0.6931}{237\ 600\ \text{s}} = 2.917 \cdot 10^{-6}\ \text{s}^{-1}$$

- Početna aktivnost:

$$A_0 = \lambda N = 2.917 \cdot 10^{-6}\ \text{s}^{-1} \cdot 6.08 \cdot 10^{16} = 1.77 \cdot 10^{11}\ \text{Bq} \quad [1\ \text{bod}]$$

(b)

- Ukupna aktivnost markera  $^{99\text{m}}\text{Tc}$  u trenutku uzimanja uzorka ( $t = 0.5 \text{ h}$ ,  $T_{1/2} = 6 \text{ h}$ ):

$$R(t) = R_0 \cdot 2^{-t/T_{1/2}} \quad [1 \text{ bod}]$$

$$R(t) = 1.2 \cdot 10^6 \text{ Bq} \cdot 2^{-0.5/6} = 1.13 \cdot 10^6 \text{ Bq} \quad [1 \text{ bod}]$$

- Aktivnost po jedinici volumena krvi (izmjerena u uzorku od  $V_s = 10 \text{ mL}$ ):

$$a = \frac{A_s}{V_s} = \frac{2.41 \cdot 10^3 \text{ Bq}}{10 \text{ mL}} = 241 \text{ Bq/mL} \quad [1 \text{ bod}]$$

- Ukupni volumen krvi:

$$V = \frac{R(t)}{a} = \frac{1.13 \cdot 10^6 \text{ Bq}}{241 \text{ Bq/mL}} = 4689 \text{ mL} = 4.689 \text{ L} \quad [1 \text{ bod}]$$

(c)

$$r_2 = 0.5 r_1 \Rightarrow A_2 = \frac{1}{4} A_1$$

- Jednadžba kontinuiteta:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad [1 \text{ bod}]$$

$$v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1 = 4 v_1 = 4 \cdot 0.4 \text{ m/s} = 1.6 \text{ m/s}$$

- Bernoullijeva jednadžba:

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \quad [1 \text{ bod}]$$

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \cdot 1050 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot [(1.6)^2 - (0.4)^2] \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

$$\Delta p = 1260 \text{ Pa} = 1.26 \text{ kPa} \quad [1 \text{ bod}]$$

(d) Kada djeluju dva neovisna procesa eliminacije, konstante raspada zbrajaju se:

$$\lambda_{\text{eff}} = \lambda_{\text{rad}} + \lambda_{\text{bio}} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{T_{\text{eff}}} = \frac{1}{T_{\text{rad}}} + \frac{1}{T_{\text{bio}}} \quad [3 \text{ boda}]$$

$$\frac{1}{T_{\text{eff}}} = \frac{1}{6 \text{ h}} + \frac{1}{30 \text{ h}} \quad \Rightarrow \quad T_{\text{eff}} = 5 \text{ h} \quad [1 \text{ bod}]$$

Efektivno poluvrijeme kraće je od obaju pojedinačnih poluvremena.